

p - простое число, большее трех. Докажите, что $p^2 - 1$ делится на 24 ("делится" - это значит делится нацело, без остатка).



$$p^2 - 1 \text{ делится на } 24 = 3 \cdot 8$$

p - простое > 3

$$p^2 - 1 = (p-1)(p+1)$$

p - простое, p на 3 не делится.

Но из 3-х подряд идущих чисел 1 всегда делится на 3.

Значит или $p+1$ делится или $p-1$ делится на 3

простое > 3 всегда нечётное, значит соседние с ним чётные:
 $p+1$ и $p-1 \rightarrow$ достали 4-ку

$$p = 2k + 1$$

$$(2k + 1)^2 - 1 = 4k^2 + 4k + 1 - 1 =$$

$$= 4k^2 + 4k = 4k(k + 1)$$

одно из них чётное
 делится на 8

